

Klausur Automaten und Formale Sprachen SS 01

9. Juli 2001

NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!

Heften Sie die Blätter bei Abgabe zusammen, und tragen Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Vornamen, Studiennummer und Matrikel ein.

Name, Vorname:
Studiennummer und Matrikel:

**Klausurcode: 000000
Bitte notieren!**

**abgegeben: 2 Aufgabenblätter
... eigene Blätter**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Ges.
erreichbare Punktzahl	30	10	12	12	10	10	8	8	100
erreichte Punktzahl									

Es sind keine Hilfsmittel, insbesondere Taschenrechner oder Mobiltelefone, zugelassen.

Aufgabe 1 (Fragenkatalog)

[30 Punkte]

Bitte kreuzen Sie für jede der folgenden 10 Fragen entweder „JA“ oder „NEIN“ in jeder Zeile an.

Bewertung: Ist C die Anzahl der richtigen Antworten, so errechnet sich die Anzahl P der erzielten Punkte aus $P := \frac{3}{2} \cdot \max\{0, C - 10\}$. Insbesondere: Kein Kreuz, kein Punkt.

(a) Sei $L := \{a^j b^i c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}, j \leq 3, i > 3\}$. Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

L ist eine reguläre Sprache.

L ist eine kontextfreie Sprache.

Es gibt einen nichtdeterministischen PDA M mit $L_M = L$.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **alle rechtslinearen** Grammatiken G richtig?

JA NEIN

G ist eindeutig.

Es gibt einen DFA M mit $L_M = L(G)$.

$\varepsilon \notin L(G)$.

(c) Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

Für jede reguläre Sprache L gibt es einen nichtdeterministischen PDA M mit $L_M = L$.

Für jede kontextfreie Sprache L gibt es einen NFA M mit $L_M = L$.

Für jede kontextfreie Sprache L , die ε nicht enthält, gibt es eine Grammatik G in Chomsky-Normalform mit $L = L(G)$.

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **alle kontextfreien** Grammatiken G richtig?

JA NEIN

- G ist kontextsensitiv.
 Es gibt einen NFA M mit $L_M = L(G)$.
 Es gibt einen Algorithmus, der für ein Wort w entscheidet, ob $w \in L(G)$ gilt.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

- Beim LR-Parsing wird eine Linksableitung konstruiert und die Eingabe wird von rechts nach links gelesen.
 Beim LR-Parsing wird eine Rechtsableitung konstruiert und die Eingabe wird von links nach rechts gelesen.
 Beim LR-Parsing wird der Ableitungsbaum von der Wurzel startend aufgebaut (top-down).

(f) Um zu zeigen, daß eine Sprache L **nicht regulär** ist, genügt es...

JA NEIN

- zu zeigen, daß $|L| = \infty$.
 einen nichtdeterministischen PDA M mit $L_M = L$ anzugeben.
 eine Grammatik G in Chomsky-Normalform mit $L(G) = L$ anzugeben.

(g) Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

- Wenn G eine rechtslineare Grammatik ist, dann besitzt jedes $w \in L(G)$ genau einen Ableitungsbaum in G .
 Wenn für eine Grammatik G jedes Wort $w \in L(G)$ genau einen Ableitungsbaum in G besitzt, dann ist G rechtslinear.
 Wenn $L(G) \subsetneq \Sigma^*$ gilt, dann besitzt jedes Wort $w \in \Sigma^*$ einen Ableitungsbaum in G .

(h) Gibt es für die folgenden Sprachen L einen **deterministischen** PDA M mit $L_M = L$?

JA NEIN

- $L := \{w \mid w \text{ ist ein korrekter Klammerausdruck}\}$
 $L := \{3^n 2^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
 $L := \{w \# w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

(i) Betrachten Sie die Grammatik $G := (\{S, A\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aS \mid bA, A \rightarrow aA \mid \varepsilon\})$. Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

- G ist eine rechtslineare Grammatik.
 G ist eine kontextsensitive Grammatik.
 $L(G)$ ist eine kontextsensitive Sprache.

(j) Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

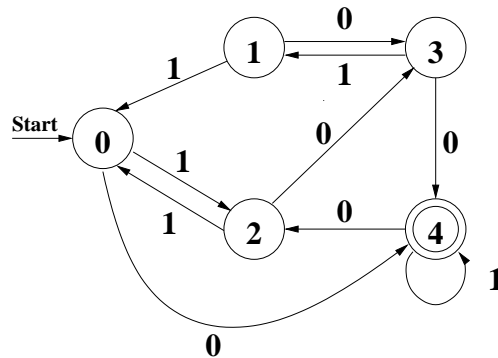
JA NEIN

- Für eine beliebige Grammatik G und irgendein Wort w entscheidet der Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob $w \in L(G)$ gilt.
 Mit dem Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus kann man zeigen, daß eine Sprache kontextfrei ist.
 Mit dem Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus kann man überprüfen, ob $0101 \in L(G)$ für eine gegebene Grammatik G in Chomsky-Normalform gilt.

Aufgabe 2 (Minimierung)

[10 Punkte]

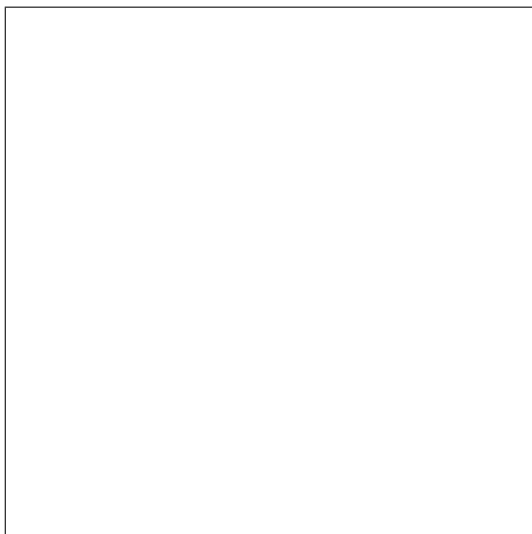
Betrachten Sie den DFA $M = (Q, \Sigma, 0, F, \delta)$ mit folgender graphischer Darstellung:



Konstruieren Sie unter Verwendung des **Markierungsalgorithmus** den Minimalautomaten \tilde{M} für L_M . Benutzen Sie dabei die nachfolgenden Tabellen. Geben Sie die graphische Darstellung von \tilde{M} an.

1				
2				
3				
4				
	0	1	2	3

Graphische Darstellung für \tilde{M} :



q	q'	a	$\delta(q, a)$	$\delta(q', a)$	Runde		
					0	1	2
1	0	0	3	4			
		1	0	2			
2	0	0	3	4			
		1	0	2			
2	1	0	3	3			
		1	0	0			
3	0	0	4	4			
		1	1	2			
3	1	0	4	3			
		1	1	0			
3	2	0	4	3			
		1	1	0			
4	0	0	2	4			
		1	4	2			
4	1	0	2	3			
		1	4	0			
4	2	0	2	3			
		1	4	0			
4	3	0	2	4			
		1	4	1			

Aufgabe 3 (Reguläre Ausdrücke, NFA, rechtslineare Grammatiken)

[12 Punkte]

Sei $\Sigma := \{a, b, c\}$. Betrachten Sie die folgende Sprache:

$$L := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } ab \text{ oder } w \text{ enthält das Teilwort } bca\}$$

- Geben Sie einen regulären Ausdruck r mit $L(r) = L$ an.
- Geben Sie einen NFA M in graphischer Darstellung mit $L_M = L$ an.
- Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G mit $L(G) = L$ an (mit allen Komponenten!).

Aufgabe 4 (Nachweis der Nicht-Kontextfreiheit von Sprachen)

[12 Punkte]

Beweisen Sie, daß die Sprache $L := \{a^n b^{2n} c^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 5 (Kontextfreie Grammatiken konstruieren)

[10 Punkte]

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L$ an (mit allen Komponenten!), wobei

$$L := \{0^{n+1} 1^n 0^m 1^{2m} \mid m, n \in \mathbb{N}\}.$$

Aufgabe 6 (PDA konstruieren)

[10 Punkte]

Konstruieren Sie einen PDA $M = (Q, \{a, b, c\}, \Gamma, q_0, \#, \delta)$ mit $L_M = L$, wobei

$$L := \{a^n b^m c^{m+n} \mid m, n \in \mathbb{N}\}.$$

Geben Sie Q, Γ, δ an und kommentieren Sie (sorgfältig) die Arbeitsweise Ihres Kellerautomaten.

Aufgabe 7 (Rekursion über den Aufbau)

[8 Punkte]

Die Menge **sBB** der *symmetrischen Binärbäume* ist induktiv definiert durch:

- \circ ist ein symmetrischer Binärbaum.
- Ist T ein symmetrischer Binärbaum, so auch (T, \circ, T) .

- Begründen Sie durch Angabe der verwendeten Regeln, daß $w = ((\circ, \circ, \circ), \circ, (\circ, \circ, \circ))$ ein symmetrischer Binärbaum ist.
- Definieren Sie durch *Rekursion über den Aufbau* die Funktion $val: \text{sBB} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $val(x) = |x|_{\circ}$.

Aufgabe 8 (Induktive Definition)

[8 Punkte]

Geben Sie (informal) eine induktive Definition der folgenden Menge M an:

$$M := \{a\} \{a, b\}^* \{b\}$$

Viel Erfolg!