



Wiederholungsklausur Automaten und Formale Sprachen WS 05/06

Matrikel 2003 und älter

20. Februar 2006

NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!

Heften Sie die Blätter bei Abgabe zusammen, und tragen Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Vornamen, Ihre Studiennummer und Matrikel ein. Es sind keine Hilfsmittel, insbesondere Taschenrechner oder Mobiltelefone, zugelassen.

Arbeitszeit 120min

Name, Vorname:

Studiennummer und Matrikel:

Code

abgegeben: **2 Aufgabenblätter**
 ... eigene Blätter

Einsichtnahme
Datum, Unterschrift

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Ges.
erreichbare Punktzahl	30	12	12	12	11	12	11	100
erreichte Punktzahl								

Aufgabe 1

[30 Punkte]

Bitte kreuzen Sie für jede der folgenden 10 Fragen entweder „JA“ oder „NEIN“ in jeder Zeile an. **Bewertung: Ist C die Anzahl der richtigen Antworten, so errechnet sich die Anzahl P der erzielten Punkte aus $P := \frac{3}{2} \cdot \max\{0, C - 10\}$. Nichtbeantwortete Fragen werden wie falsche Antworten bewertet.**

(a) Welche der folgenden Sprachen L ist/sind regulär?

JA NEIN

$L = \{a^i b^j \mid i \geq 1, j \geq 0\} \cup \{a^i b^j \mid i \geq 0, j \geq 1\}$.

$L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0, i \neq j\}$.

$L = \{a^i b^i c^i \mid 0 \leq i \leq 2500\}$.

(b) Welche der folgenden Sprachen L ist/sind kontextfrei?

JA NEIN

$L = \{r \mid r \text{ ist regulärer Ausdruck über } \Sigma\}$

$L = \{a^n b^m c^n a^m \mid m, n \geq 0\}$

$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

(c) Sei $L := \{a^i b^i \mid i \geq 4\}$. Welche der folgenden Aussagen ist/sind richtig?

JA NEIN

L ist eine reguläre Sprache.

L ist eine kontextsensitive Sprache.

Es gibt einen DPDA M mit $L_M = L$.

- (d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **alle linkslinearen** Grammatiken G richtig?
 JA NEIN
 G ist kontextfrei.
 Es gibt einen NFA M mit $L_M = L(G)$.
 $L(G)$ ist unendlich.
- (e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **alle kontextfreien** Grammatiken G_1 und G_2 richtig?
 JA NEIN
 Es gibt eine kontextfreie Grammatik G für $L(G_1) - L(G_2)$.
 Es gibt eine kontextfreie Grammatik G für $L(G_1) \cup L(G_2)$.
 Wenn G_1 weniger Produktionen als G_2 hat, dann gilt: $|L(G_1)| \leq |L(G_2)|$.
- (f) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **alle regulären** Ausdrücke r richtig?
 JA NEIN
 $L(r)$ ist kontextfrei.
 Es gibt einen DFA M mit $L_M = L(r)$.
 Es gibt einen Algorithmus, der für ein Wort w entscheidet, ob $w \in L(r)$ gilt.
- (g) Um zu zeigen, dass eine Sprache L **nicht regulär** ist, genügt es ...
 JA NEIN
 zu zeigen, dass es eine kontextfreie, aber nicht rechtslineare Grammatik G mit $L(G) = L$ gibt.
 zu zeigen, dass L das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen **nicht** erfüllt.
 zu zeigen, dass L und \bar{L} beide unendlich sind.
- (h) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **jede kontextfreie Grammatik** G richtig?
 JA NEIN
 In einem Ableitungsbaum T für das Wort w ist die Wurzel von T mit einem akzeptierenden Zustand $q \in F$ beschriftet.
 In einem Ableitungsbaum T ist jeder Knoten, der kein Blatt ist, mit einer Variablen beschriftet.
 Aus einer beliebigen Ableitung für das Wort $w \in \Sigma^*$ kann man einen Ableitungsbaum für w konstruieren.
- (i) Welche der folgenden Aussagen gilt/gelten für **jeden NPDA** $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, F, \delta)$, mit Akzeptieren über Zustände?
 JA NEIN
 Jede Berechnung von M auf jeder Eingabe $x \in L_M$ ist endlich.
 Wenn $x \in L_M$ gilt, dann existiert eine Berechnung von M auf x , die in einem akzeptierenden Zustand endet.
 Wenn $x \in L_M$ gilt, dann gibt es keine Berechnung von M auf x , die in einem nicht akzeptierenden Zustand endet.
- (j) Welche der folgenden Aussagen ist/sind korrekt?
 JA NEIN
 Mit dem Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus kann man zeigen, dass eine Sprache kontextfrei ist.
 Beim Top-Down-Parsing wird eine Rechtsableitung konstruiert.
 Beim Bottom-Up-Parsing werden *shift*- und *reduce*-Schritte durchgeführt.

Aufgabe 2 (Definitionen und grundlegende Konzepte)

[12 Punkte]

Geben Sie die Definitionen der folgenden Begriffe und Konzepte (wie in der Vorlesung) an beziehungsweise beantworten Sie die folgenden Fragen!

- (a) [2 Punkte] Definieren Sie: „ L ist eine reguläre Sprache über Σ .“
- (b) [1 Punkt] Wann heißt eine Produktion $\alpha \rightarrow \beta$ rechtslinear?
- (c) [1 Punkt] Definieren Sie die Sprache L^* für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$.
- (d) [2 Punkte] Sei G eine kontextfreie Grammatik.
Wann heißt eine Ableitung $S = \alpha_0 \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_t = w \in \Sigma^*$ eine Linksableitung?
- (e) [2 Punkte] Geben Sie die induktive Definition der Klammersprache kKA an!
- (f) [2 Punkte] Welche Produktionen sind in einer Grammatik in Chomsky-Normalform erlaubt?
- (g) [1 Punkt] Formulieren Sie die Bedingung an die Übergangsfunktion δ eines deterministischen Kellerautomaten (DPDA)!
- (h) [1 Punkt] Wann heißt eine kontextfreie Grammatik G eindeutig?

Aufgabe 3 (Kontextfreie Grammatiken und LL-Parsing)

[12 Punkte]

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, T\}, \{0, 1\}, S, P)$ mit den Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0T \\ T &\rightarrow S1S \mid 1S \mid S1 \mid 1. \end{aligned}$$

Gegeben sei die Ableitung

$$S \xrightarrow{(1)} 0T \xrightarrow{(2)} 0S1S \xrightarrow{(3)} 0S10T \xrightarrow{(4)} 00T10T \xrightarrow{(5)} 00T101 \xrightarrow{(6)} 001S101 \xrightarrow{(7)} 0010T101 \xrightarrow{(8)} 00101101$$

für das Wort $w = 00101101 \in L(G)$.

- (a) [2 Punkte] Handelt es sich um eine Rechtsableitung für w ? Falls nein, wieso nicht?
- (b) [4 Punkte] Geben Sie einen Ableitungsbaum für w in G an!
- (c) [3 Punkte] Geben Sie eine Linksableitung für w in G an!
- (d) [3 Punkte] Geben Sie die ersten 5 Schritte beim LL-Parsing von w in G an!

Aufgabe 4 (Eine Sprache, die nicht regulär, aber kontextfrei ist)

[12 Punkte]

- (a) [7 Punkte] Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{a_1 \dots a_n a_n \dots a_1 \mid n \geq 0, a_1, \dots, a_n \in \{a, b, c\}\}$$

nicht regulär ist!

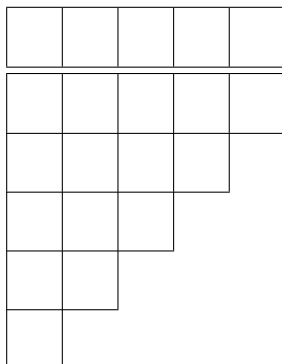
- (b) [5 Punkte] Geben Sie eine **kontextfreie Grammatik** $G = (V, \Sigma, S, P)$ für die Sprache L an!

Aufgabe 5 (Der Algorithmus von Cocke-Younger-Kasami)

[11 Punkte]

Betrachten Sie die Chomsky-Normalform-Grammatik $G = (\{A, B, C, S\}, \{a, b\}, S, P)$ mit den folgenden Produktionen P :

- $S \rightarrow AB \mid BC$
- $A \rightarrow BA \mid a$
- $B \rightarrow CC \mid b$
- $C \rightarrow AB \mid a$



- (a) [7 Punkte] Entscheiden Sie mit dem Algorithmus von Cocke-Younger-Kasami, ob $w = baaab \in L(G)$ gilt. Benutzen Sie das oben stehende Tableau.
- (b) [2 Punkte] Falls $w \in L(G)$ gilt, geben Sie eine Ableitung an.
- (c) [2 Punkte] Besitzt w eventuell mehrere Ableitungen? (JA/NEIN-Antwort, mit Begründung)

Aufgabe 6 (Elimination der ϵ -Produktionen)

[12 Punkte]

Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, S, P)$ mit folgenden Produktionen:

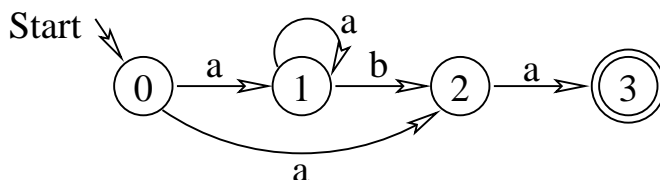
- $S \rightarrow BC \mid A \mid \epsilon$
- $B \rightarrow CA \mid b$
- $C \rightarrow AA \mid SB \mid a$
- $A \rightarrow SC \mid \epsilon$

- (a) [6 Punkte] Ermitteln Sie $V_\epsilon (= \{X \in V \mid X \xrightarrow{*} \epsilon\})$.
- (b) [6 Punkte] Formen Sie die Grammatik G unter Verwendung des in der Vorlesung vorgestellten Verfahrens in eine Grammatik G' ohne ϵ -Produktionen um, sodass $L(G') = L(G) - \{\epsilon\}$ gilt.

Aufgabe 7 (DFA aus NFA konstruieren)

[11 Punkte]

Betrachten Sie den folgenden NFA $M = (\{0, 1, 2, 3\}, \{a, b\}, 0, \{3\}, \delta)$ in graphischer Darstellung:



Konstruieren Sie **unter Verwendung des Verfahrens aus der Vorlesung** einen zu M äquivalenten DFA $M' = (Q', \{a, b\}, q'_0, F', \delta')$. Geben Sie dabei δ' anschließend als Graph an.

Viel Erfolg!