



## Klausur Automaten und Formale Sprachen WS 07

### Bachelor Informatik/Mathematik

05. März 2008

**NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!**

Heften Sie die Blätter bei Abgabe zusammen, und tragen Sie auf jedem Blatt  
 Ihren Namen und Vornamen, Ihre Studiennummer und Matrikel ein.  
 Es sind keine Hilfsmittel, insbesondere Taschenrechner, Fotoapparate oder Mobiltelefone,  
 zugelassen.

Arbeitszeit 90min

Name, Vorname:  
 Studiennummer und Matrikel:

Code
------

**abgegeben:**      **2 Aufgabenblätter**  
                           **... eigene Blätter**

Einsichtnahme
Datum, Unterschrift

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Ges.
erreichbare Punktzahl	21	8	10	11	10	10	70
erreichte Punktzahl							

### Aufgabe 1

[21 Punkte]

Bitte kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder „JA“ oder „NEIN“ an.

**Bewertung:** Ist  $C$  die Anzahl der richtigen Antworten, so errechnet sich die Anzahl  $P$  der erzielten Punkte aus  $P := \frac{3}{2} \cdot \max\{0, C - 6\}$ .

**Nichtbeantwortete Fragen werden wie falsche Antworten bewertet.**

(a) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA    NEIN

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \text{ ist durch 3 oder 5 teilbar}\}$  ist regulär.

$L = \{a^i b^i \mid 0 \leq i \leq 100\}$  ist regulär.

(b) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA    NEIN

Es gibt einen DPDA  $M$  mit  $L_M = \{a^i b^i \mid i \geq 4\}$ .

Wenn  $M$  NFA und  $x \in L$ , so führt jeder Weg in  $G_M$ , der in  $q_0$  startet und mit den Buchstaben von  $x$  beschriftet ist, zu einem  $q \in F$ .

(c) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA NEIN

Für jede reguläre Sprache  $L$  existiert ein regulärer Ausdruck  $r$  mit  $L(r) = L - \{\varepsilon\}$ .

Für alle regulären Ausdrücke  $r_1, r_2$  gilt  $|L(r_1 + r_2)| = |L(r_1)| + |L(r_2)|$ .

(d) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA NEIN

Um zu zeigen, dass eine Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  regulär ist, genügt es einen regulären Ausdruck  $r$  mit  $L(r) = \overline{L}$  anzugeben.

Um zu zeigen, dass eine Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  regulär ist, genügt es, das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen auf  $L$  anzuwenden.

(e) Sind/Ist folgende Aussage(n) für **alle linkslinearen** Grammatiken  $G$  korrekt?

JA NEIN

$L(G)$  ist kontextfrei.

Es gibt einen DFA  $M$  mit  $L_M = L(G)$ .

(f) Sind/Ist folgende Aussage(n) für **jede kontextfreie Grammatik**  $G$  korrekt?

JA NEIN

Die Sprache  $L(G)$  ist unendlich.

In einem Ableitungsbaum  $T$  ist jeder Knoten, der kein Blatt ist, mit einer Variablen beschriftet.

(g) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA NEIN

Beim Top-Down-Parsing wird eine Linksableitung konstruiert.

Beim Top-Down-Parsing werden Shift- und Reduce-Schritte durchgeführt.

(h) Um zu zeigen, dass eine Sprache  $L$  **nicht kontextfrei** ist, genügt es ...

JA NEIN

eine kontextsensitive Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L$  anzugeben.

zu zeigen, dass  $L$  Teilmenge einer nichtkontextfreien Sprache  $L'$  ist.

(i) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA NEIN

Für alle kontextfreien Grammatiken  $G$  gilt:  $\overline{L(G)}$  ist kontextfrei.

Für alle kontextfreien Grammatiken  $G_1$  und  $G_2$  gilt:  $L(G_1) \cup L(G_2)$  ist kontextfrei.

(j) Sind/Ist folgende Aussage(n) korrekt?

JA NEIN

Für alle deterministisch kontextfreien Sprachen  $L$  gilt:  $\overline{L}$  ist eine deterministisch kontextfreie Sprache.

Für alle deterministisch kontextfreien Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  gilt:  $L_1 \cap L_2$  ist deterministisch kontextfrei.

**Aufgabe 2** (Definitionen und grundlegende Konzepte)

[8 Punkte]

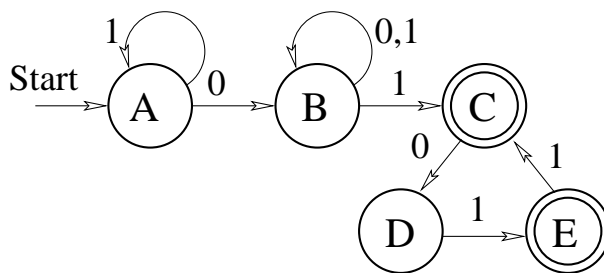
Geben Sie die Definitionen der folgenden Begriffe und Konzepte (wie in der Vorlesung) an beziehungsweise beantworten Sie die folgenden Fragen!

- (a) [2 Punkte] Geben Sie die 7 Komponenten eines DPDA  $M = (\dots)$  mit ihren Bedeutungen an!
- (b) [2 Punkte] Definieren Sie: Der  $\varepsilon$ -NFA  $M$  akzeptiert das Wort  $w \in \Sigma^*$ . (Günstig: Graphdarstellung von  $M$ .)
- (c) [2 Punkte] Geben Sie die induktive Definition der Klammersprache kKA an!
- (d) [2 Punkte] Welche Produktionen sind in einer Grammatik  $G = (V, \Sigma, S, P)$  in Chomsky-Normalform erlaubt? (Inklusive Sonderregel für  $\varepsilon$ .)

**Aufgabe 3** (DFA aus NFA konstruieren)

[10 Punkte]

Betrachten Sie den folgenden NFA  $M = (Q, \Sigma, q_0, F, \delta)$  in graphischer Darstellung:



- (a) [6 Punkte] Erzeugen Sie mit der **Potenzmengenkonstruktion für erreichbare Zustände** einen äquivalenten DFA  $M'$  ( $L_{M'} = L_M$ ) unter Angabe der einzelnen Komponenten von  $M' = (Q', \Sigma, q'_0, F', \delta')$ .
- (b) [4 Punkte] Geben Sie eine rechtslineare Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L_M$  an.

**Aufgabe 4** (Eine Sprache, die nicht regulär, aber kontextfrei ist)

[11 Punkte]

- (a) [6 Punkte] Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{0^i 10^j 10^j 1 \mid i, j \geq 0\}$$

**nicht regulär** ist!

- (b) [5 Punkte] Geben Sie eine **kontextfreie Grammatik**  $G = (V, \Sigma, S, P)$  für die Sprache  $L$  aus Teil (a) an! (Alle 4 Komponenten explizit.)

**Aufgabe 5** (Algorithmus von Cocke-Younger-Kasami)

[10 Punkte]

Sei  $G = (\{A, B, C, S\}, \{a, b\}, S, P)$  die Grammatik mit den folgenden Produktionen  $P$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid CC, \\ A &\rightarrow BA \mid a \mid CB, \\ B &\rightarrow AC \mid b \mid BB, \\ C &\rightarrow BC \mid a \end{aligned}$$

$w =$				
$d = 1$				
$d = 2$				
$d = 3$				
$d = 4$				

- (a) [6 Punkte] Entscheiden Sie mit dem Algorithmus von Cocke-Younger-Kasami, ob  $w = abaa \in L(G)$  gilt. Füllen Sie dazu die gegebene Tabelle **vollständig** aus.
- (b) [2 Punkte] Falls  $w \in L(G)$ , geben Sie eine Ableitung an.
- (c) [2 Punkte] Besitzt  $w$  eventuell mehrere Ableitungen?  
(JA/NEIN- Antwort mit Begründung)

**Aufgabe 6** (Kontextfreie Grammatiken und LR-Parsing)

[10 Punkte]

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, T\}, \{0, 1\}, S, P)$  mit Produktionen

$$\begin{aligned} (1) \quad & S \rightarrow 0T \\ (2) \quad & T \rightarrow S1S \\ (3) \quad & T \rightarrow 1S \\ (4) \quad & T \rightarrow S1 \\ (5) \quad & T \rightarrow 1 \end{aligned}$$

Gegeben sei die Ableitung

$$\begin{aligned} S &\xrightarrow{(1)} 0T \xrightarrow{(2)} 0S1S \xrightarrow{(3)} 0S10T \xrightarrow{(5)} 0S101 \xrightarrow{(1)} 00T101 \xrightarrow{(3)} 001S101 \xrightarrow{(1)} 0010T101 \\ &\xrightarrow{(5)} 00101101 \end{aligned}$$

für das Wort  $w = 00101101 \in L(G)$ .

- (a) [2 Punkte] Handelt es sich um eine Linksableitung für  $w$ ? Falls nein, wieso nicht?  
Falls ja, wieso?
- (b) [3 Punkte] Geben Sie einen Ableitungsbaum für  $w$  in  $G$  an!
- (c) [2 Punkte] Geben Sie eine Rechtsableitung für  $w$  in  $G$  an!
- (d) [3 Punkte] Geben Sie die ersten 10 Schritte beim LR-Parsing von  $w$  in  $G$  an!

**Viel Erfolg!**