



Bonusklausur Berechenbarkeit und Komplexität WS 09/10

4. Dezember 2009

NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!

Heften Sie die Blätter bei Abgabe zusammen, und tragen Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Vornamen, Ihre Studiennummer und Matrikel ein.

ES SIND KEINE HILFSMITTEL, INSBESONDERE TASCHEURECHNER ODER MOBILTELEFONE, ZUGELASSEN!

Arbeitszeit 30min

Name, Vorname:
 Studiennummer und Matrikel:

| |
|------|
| Code |
|------|

abgegeben: **2 Aufgabenblätter**
 ... eigene Blätter

| |
|---------------------|
| Einsichtnahme |
| Datum, Unterschrift |

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Ges. |
|-----------------------|---|---|---|---|------|
| erreichbare Punktzahl | 4 | 3 | 4 | 4 | 15 |
| erreichte Punktzahl | | | | | |

Aufgabe 1

[4 Punkte]

Bitte kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder „JA“ oder „NEIN“ an.

Bewertung: Ist C die Anzahl der richtigen Antworten und F die Anzahl der falschen Antworten, so errechnet sich die Anzahl P der erzielten Punkte aus $P := \frac{1}{2} \cdot \max\{0, C - F\}$. Nicht beantwortete Fragen haben auf die Punkte keinen Einfluss.

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind für **jede** TM M korrekt?

JA NEIN

- Es gibt eine kontextsensitive Grammatik G , so dass $L(G)$ nicht rekursiv ist.
- Wenn L rekursiv aufzählbar ist und $L = L_M$, dann hält M nicht auf allen Inputs.
- Wenn M $t(n)$ -zeitbeschränkt ist, dann ist M $t(n)$ -platzbeschränkt.
- Aus dem Berechnungsbaum $CT(M, x)$ einer nichtdeterministischen Turingmaschine M auf einer Eingabe x kann man ablesen, ob L_M endlich ist.
- Wenn L_1 und L_2 rekursiv aufzählbar sind, so sind L_1 und L_2 Chomsky-0-Sprachen.
- Wenn M $p(n)$ -zeitbeschränkt ist, wobei $p(n)$ ein Polynom ist, dann existiert ein Polynom $q(n)$ und eine $q(n)$ -zeitbeschränkte 1-Band-TM M' mit $f_M = f_{M'}$.

(b) Sind die folgenden Aussagen für jedes RAM-Programm M korrekt?

JA NEIN

Nach Ausführung von t Schritten von M auf Eingabe (a_1, \dots, a_n) enthält jedes Register eine Zahl $\leq (O(1) + \max_{1 \leq i \leq n} a_i)^{2^t}$.

M benutzt nicht eine feste Anzahl von Registern, die man aus dem Programm ablesen kann.

Aufgabe 2 (Simulation von RAM-Programmen durch Turingmaschinen) [3 Punkte]

Gegeben sei eine RAM M . Betrachten Sie eine TM M' , die M wie in der Vorlesung simuliert.

(a) Wie sind die Register von M und ihre Inhalt auf M' dargestellt? Erläutern Sie die Darstellung der Registernummern, der Registerinhalte (auch wenn sie 0 sind) und des Befehlszählerstandes.

(b) Wie läuft die Simulation des Schritts

$$20: R_{R_{17}} \leftarrow R_{10}$$

ab?

Aufgabe 3 (Verbale Beschreibung einer Turingmaschine) [4 Punkte]

Geben Sie die verbale Beschreibung einer TM $M = (Q, \Sigma = \{0, 1, \#\}, \Gamma, B, q_0, F, \delta)$ an, die folgendes leistet: Für ein Eingabewort w soll M genau dann akzeptieren, wenn w ein "Doppelwort" mit Trennzeichen $\#$ ist, das heißt $w = u\#u$ für ein $u \in \Sigma^*$.

Aufgabe 4 (Abschlusseigenschaften rekursiv aufzählbarer Sprachen) [4 Punkte]

Seien $M := (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, F, \delta)$ und $M' := (Q', \Sigma, \Gamma', B, q'_0, F', \delta')$ beliebige 1-Band-TMn mit $Q \cap Q' = \emptyset$ (o.B.d.A.).

(a) Falls M und M' immer halten, beschreiben Sie die Arbeitsweise einer *deterministischen 2-Band-TM* M_1 mit:

$$L_{M_1} = L_M L_{M'}$$

(b) Im allgemeinen Fall, beschreiben Sie die Arbeitsweise einer *nichtdeterministischen 1-Band-NTM* M_2 mit:

$$L_{M_2} = L_M \cup L_{M'}$$

Hinweis: Gegeben Input $x \in \Sigma^*$, benutzen Sie jeweils eine geeignete Ratestrategie.

Viel Erfolg!