

Regeln des natürlichen Schließens (Aussagenlogik)

φ

$$\frac{\varphi \quad \psi}{\varphi \wedge \psi} (\wedge I)$$

$$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi} (\wedge E_1) \quad \frac{\varphi \wedge \psi}{\psi} (\wedge E_2)$$

$$\frac{\varphi}{\varphi \vee \psi} (\vee I_1) \quad \frac{\psi}{\varphi \vee \psi} (\vee I_2)$$

$$\frac{\begin{array}{c} [\varphi] \\ \vdots \\ \varphi \vee \psi \end{array} \quad \begin{array}{c} [\psi] \\ \vdots \\ \sigma \end{array}}{\sigma} (\vee E)$$

$$\frac{\begin{array}{c} [\varphi] \\ \vdots \\ \psi \end{array}}{\varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow I)$$

$$\frac{\varphi \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi} (\rightarrow E)$$

$$\frac{\begin{array}{c} [\varphi] \\ \vdots \\ \perp \end{array}}{\neg \varphi} (\neg I)$$

$$\frac{\varphi \quad \neg \varphi}{\perp} (\neg E)$$

$$\frac{\perp}{\varphi} (\perp)$$

$$\frac{\begin{array}{c} [\neg \varphi] \\ \vdots \\ \perp \end{array}}{\varphi} (\text{raa})$$

Zusätzliche Regeln für die Prädikatenlogik

$$\frac{\varphi[x := s] \quad s = t}{\varphi[x := t]} \text{ (GfG)}$$

$$\frac{}{t = t} \text{ (R)}$$

(über keine Variable aus s oder t wird in φ quantifiziert)

$$\frac{\varphi}{\forall x \varphi} \text{ (\forall-I)}$$

(x nicht frei in Hypothesen)

$$\frac{\forall x \varphi}{\varphi[x := t]} \text{ (\forall-E)}$$

(über keine Variable aus t wird in φ quantifiziert)

$$\frac{\varphi[x := t]}{\exists x \varphi} \text{ (\exists-I)}$$

(über keine Variable aus t wird in φ quantifiziert)

$$\frac{\begin{array}{c} [\varphi] \\ \vdots \\ \exists x \varphi \quad \sigma \end{array}}{\sigma} \text{ (\exists-E)}$$

(x weder frei in Hypothesen noch in σ)